

Determinismus und Chaos in der klassischen Physik

Fragen

Die Modelle und Methoden der klassischen Physik, insbesondere der Mechanik, können einen tieferen Einblick geben in große philosophische Fragen wie

Was ist Zeit?

In welcher Form ist ein „freier Wille“ möglich?

Ist ein externer Eingriff in den Lauf der Welt möglich? ("Wunder")

aber auch speziellere Fragen wie

Ist das Sonnensystem stabil?

Können Quanteneffekte indirekt makroskopische Auswirkungen haben?

Klassische Mechanik, Determinismus und Chaos

Betrachtet man Objekte unserer alltäglichen Erfahrung, so folgen diese den Gesetzen der klassischen Mechanik, die in guter Näherung als Grenzfall der umfassenderen Theorien von Quantenmechanik und Relativitätstheorie folgen. Historisch erfolgte die Entdeckung natürlich in umgekehrter Reihenfolge und nach rund 400 Jahren ihrer Erforschung gibt es viele grundlegende Einsichten physikalischer und mathematischer Natur.

Das Paradigma, das der Mechanik zugrunde liegt, ist im Großen und Ganzen geometrisch. Der betrachtete Teil der Natur als *System* einer Anzahl von *Massenpunkten* modelliert, die sich ohne eigene räumliche Ausdehnung zu jedem Zeitpunkt an einer definierten Position im Raum mit einem gewissen Impuls (=Masse*Geschwindigkeit) befinden. Die Massenpunkte wechselwirken über *Kräfte*, z.B. Gravitation oder elektromagnetische Kraft.

Die Gesetze der Mechanik sind deterministisch und zwar in beide Zeitrichtungen: Ist der Zustand (Orte & Impulse) zu einem Zeitpunkt bekannt, so kann man ihn zu allen Zeiten in der Vergangenheit und in der Zukunft berechnen. Eine geometrische Veranschaulichung dazu liefert der *Phasenraum* (Abb. 1). Für einen einzelnen Massenpunkt, der nur eine 1-dimensionale Bewegung ausführt, ist dieser 2-dimensional – der Ort ist auf der x-Achse aufgetragen und der Impuls auf der y-Achse. Mit fortlaufender Zeit bewegt sich das System entlang seiner Bahnkurve im Phasenraum. Geometrisch bedeutet Determinismus, dass sich die Kurven nie schneiden, also dass man nie an einen Punkt kommt, wo man nicht mehr weiß, wo man „abbiegen“ muss.

Deterministisches Chaos, also scheinbar zufälliges Verhalten, entsteht dann, wenn eine kleine Änderung der Anfangswerte eine große Änderung des Zustands zu einer anderen Zeit zur Folge hat – landläufig bekannt anhand des Beispiels des Schmetterlings, dessen Flügelschlag am Ende einen Hurrican auslösen kann.

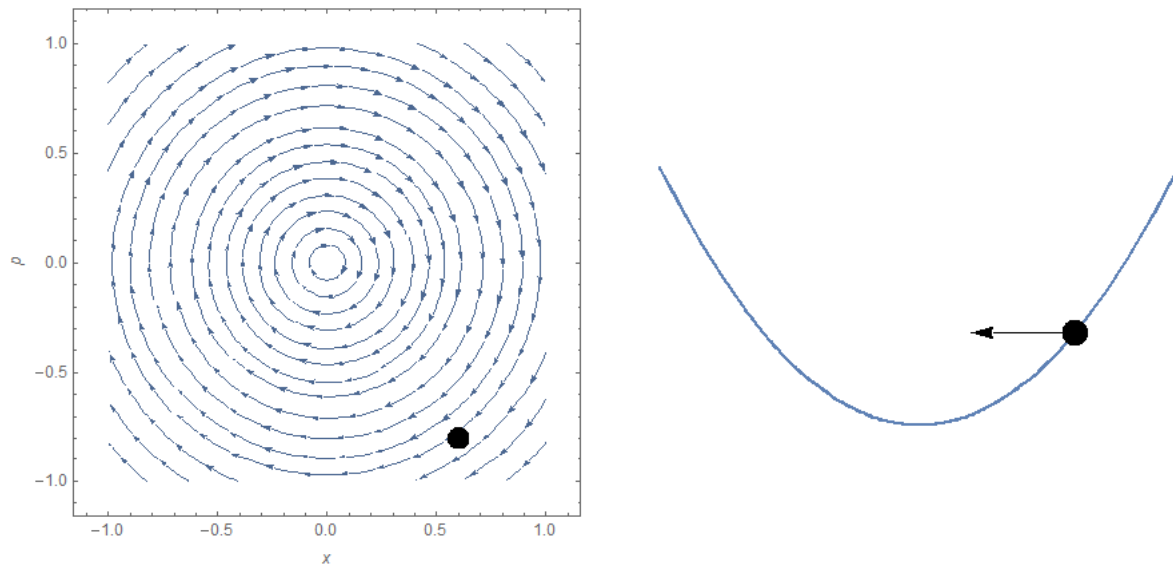


Abbildung 1: Phasenraum (links), der den Zustand eines Systems durch Ort und Impuls zu einem Zeitpunkt für alle Zeiten festlegt und dazugehörige Bewegung in x-Richtung (rechts).

Aspekte der klassischen Physik

Nimmt man einen Bereich des Phasenraums mit verschiedenen Anfangsbedingungen heraus, und unterwirft ihn der Zeitentwicklung, so stellt sich heraus, dass sich dessen Volumen nie ändert. Diese Eigenschaft nennt man auch Inkompressibilität – sie wird im *Satz von Liouville* bewiesen. Daraus ergibt sich sofort der *Poincarésche Wiederkehrsatz*: Wenn eine Bewegung (z.B. durch begrenzte Energie) in einem endlichen Bereich des Phasenraumes beschränkt ist, so muss die Bahnkurve, wenn man nur lang genug wartet, wieder beliebig nahe an den Ausgangszustand zurückkommen. Gilt nämlich die Inkompressibilitätsbedingung, so kann man jedes beliebig kleine Volumen im Phasenraum so lang bewegen lassen, bis es entweder wieder sich selbst oder das gesamte Volumen überdeckt hat.

Bedeutet das, dass sich alle Bewegungen nach einer gewissen Zeit wiederholen? Nein, denn es ist nicht gesagt, dass die Bahnkurve wieder *exakt* den Ausgangspunkt trifft, wie bei einer einfachen periodischen Bewegung. In den meisten Fällen gibt es im Phasenraum (*reguläre*) Bereiche, wo das passiert, und einen viel größeren *chaotischen* Teil, wo scheinbar zufälliges Verhalten auftritt und sich die Bahnkurven nie schließen, so wie in Abb. 1. Auf diesem Verhalten beruht auch die *kinetische Theorie*, aus der die Gesetze der Thermodynamik anhand eines Systems mit unendlich vielen Massenpunkten erklärt werden.

Die Thermodynamik enthält aber ein Gesetz, das mikroskopisch nicht begründbar ist und makroskopisch offenbar auftritt: Der *zweite Hauptsatz*, der die ständige Zunahme der Entropie beschreibt, also z.B. dass sich in die Vorwärts-Richtung der Zeit Milch und Kaffee automatisch vermischen, aber eine *Entmischung* (außer natürlich bei saurer Milch) faktisch nie auftritt. Die mikroskopischen Gesetze der Mechanik sind hingegen symmetrisch bezüglich der Zeitrichtung: Einen Film von einem simplen System, wie dem schwingenden Pendel, kann man rückwärts abspielen, ohne einen Unterschied zu bemerken. Eine mögliche Erklärung für den 2. Hauptsatz liefert die Idee des *Urknalls*, nach dem das Universum „vorher“ in einem entropiearmen Zustand war und sich „seitdem“ in Richtung höherer Entropie entwickelt.

Philosophische Folgerungen

Die Frage *Was ist Zeit?* ist nicht einfach zu beantworten. Die klassische Mechanik zeigt einen geometrischen Aspekt der Zeit auf, der in der allgemeinen Relativitätstheorie noch vertieft wird, aber keine bevorzugte Richtung in Zukunft oder Vergangenheit. Die Tatsache, dass wir uns an die Vergangenheit erinnern können, aber nicht an die Zukunft, hängt eng mit dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik zusammen.

Da argumentiert werden kann, dass die hauptsächliche Funktionsweise unseres Gehirns nach klassischen physikalischen Gesetzen abläuft, stellt sich mit dem Determinismus dieser Theorien sofort die Frage des *Freien Willens* im Sinne einer Entscheidungsfreiheit, und ob sie außerhalb dieser Gesetze ablaufen kann. Unter der Annahme von chaotischem Verhalten bei bestimmten Prozessen könnten kleine nichtdeterministische Fluktuationen, z.B. durch Quanteneffekte, einen Ausweg bieten, um derartige Freiheit zu ermöglichen.

Ähnliche Argumente lassen sich auch verwenden, wenn es darum geht, *Wunder* oder *Intelligent Design* zumindest theoretisch als Eingriff über eine Quantenfluktuation zu rechtfertigen, die echt „zufällig“ und damit „frei“ ist. Durch die leichte Änderung in den Anfangsbedingungen eines chaotischen Systems wird diese verstärkt und kann makroskopische Auswirkungen haben. Derartige Effekte nachzuweisen ist allerdings praktisch unmöglich, da man über ein Einzelereignis keine Statistik aufstellen kann, um es mit der Quantenmechanik zu verifizieren und zusätzlich die Rekonstruktion von Anfangsbedingungen „rückwärts in der Zeit“ in chaotischen Systemen genau so schwierig ist, wie Vorhersagen in die Zukunft.

Eine weniger grundlegende Frage, die umso mehr von praktischer Relevanz ist, ist die nach der Stabilität unseres Sonnensystems. Die Erfahrung zeigt, dass die Erde seit ihrer Entstehung glücklicherweise nie aus dem Orbit geschleudert wurde. Insgesamt ist die Vorhersage der Stabilität der Planetenkonfiguration um die Sonne aufgrund von Chaos zeitlich beschränkt. Immerhin kann man für die nächsten 100 Millionen Jahre mit gutem Gewissen vorhersagen, dass es insgesamt (Meteoriten nicht eingerechnet) zu keinen gravierenden Ereignissen kommen wird.

Literatur:

Penrose - The road to reality (2004)

Kane - The Oxford Handbook of Free Will 2nd ed. (2005)

Enns, McGuire - Nonlinear Physics with Mathematica (2001)

Zeh - The Physical Basis of The Direction of Time (2007)

Werke von Arnold, Kolmogorov, Poincaré