Vortrag Pro Scientia Graz:
Markus Hofer, 09.04.2013:
Revolution in der Mathematik

Passend zum diesjährigen Thema der Sommerakademie habe ich über Revolutionen in der Mathematik gesprochen, weil ich finde, dass diese sich deutlich von anderen Revolutionen in den Naturwissenschaften unterscheiden. In der Mathematik geht es meist um eine Änderung des Denkens, Probleme die über viele Jahre als sehr schwierig oder unlösbar galten, konnten durch eine neue Herangehensweise an das Problem vereinfacht und/oder gelöst werden. Dazu präsentierte ich einige historische Beispiele:

- das indische (arabische) Ziffernsystem
- Galois-Theorie
- Gödelscher Unvollständigkeitssatz

Sozusagen als antikes Beispiel einer Revolution ist das indische Ziffernsystem anzusehen, wenn man es mit dem bis nach dem Mittelalter in Europa verbreiteten römischen vergleicht. Schon einfache, im täglichen Leben häufig verwendete mathematische Operationen, wie Addition und Subtraktion, sind im römischen Ziffernsystem sehr schwierig und erschwerten den Zugang zur Mathematik für große Teile der Bevölkerung. Zusätzlich hatten die Römer bzw. ihre europäischen Nachfolger nicht erkannt, dass ein vollständiges mathematisches System erst durch die Null bzw. durch die mehr oder weniger daraus resultierenden negativen Zahlen ein Sinn macht.

Das nächste Beispiel ist die sogenannte Galois-Theorie die auf den fortschrittlichen Arbeiten des leider sehr jung und tragisch verstorbenen Evariste Galois basiert. Die Abstraktheit dieser Arbeiten steht im starken Kontrast zur davor existierenden Mathematik. Ihre Nützlichkeit, erst Jahre nach Galois' Tod erkannt, wurde in der Lösung bzw. im Beweis der Unlösbarkeit der klassischen Euklidischen Probleme der Geometrie deutlich.

Im Übergang zur modernen Mathematik stehen die Arbeiten vom Österreicher Kurt Gödel, der bedeutende Arbeiten in den damals noch eher jungen Teilgebieten der Logik und Mengenlehre geleistet hat. Zu dieser Zeit war die mathematische Gemeinschaft auf der Suche nach einem "abgeschlossenen" System in dem jede Frage beantwortet werden kann. Gödel zeigte, dass es kein solches System gibt, das heißt man kann immer Fragen formulieren, für die man nicht entscheiden kann ob sie wahr oder falsch sind. Das Wort Fragen erfasst hier wohl nicht ganze Situation, da es sich um sehr komplizierte Aufgabenstellungen handelt, die oft in Form von sogenannten “Programmen” auftauchen.

All diesen Revolutionen ist eine Änderung des Denkens vorausgegangen, mit der Entwicklung der Computer waren stellen sich in der Mathematik andere Arten von Revolutionen ein. Plötzlich konnte man schwierige, aufwändige Berechnungen dem Computer übergeben und mit großen Mengen von Daten umgehen. Das begünstigte die Weiterentwicklung vieler Teilbereiche der Mathematik, z.B. der Statistik und der Optimierungstheorie. Im zweiten Teil meines Vortrages sprach ich über die Statistik und, um die Nähe zu anderen Wissenschaftsrichtungen zu wahren, über die Aufbereitung und Analyse von empirischen Daten. Insbesondere ging ich auf typische Fehler in der Analyse von Daten ein, die ich in mehrere Gruppen gegliedert habe:

- Veränderung der Ausgangsdaten
- Veränderung der Basis
- Verwendung verschiedener Mittelwerte
- Korrelation und Kausalität

Beim ersten Punkt geht es um die Problematik die entsteht, wenn Ausgangsdaten nicht in ausreichender Genauigkeit erhoben werden können oder einem Messfehler unterliegen. In diesen Fällen können natürlich auch die Ergebnisse nicht exakt sein, allerdings werden Daten und Ergebnisse oft dahingehend verändert, dass ein Schein der Genauigkeit entsteht um glaubwürdiger zu sein. Beispiele dafür finden sich unter anderem bereits in der Bibel.

Häufig geht es bei Statistiken um Wahrscheinlichkeiten, das heißt “günstige Fälle dividiert durch die Gesamtzahl der Fälle. Eine beliebte Methode zur Verzerrung der Daten ist es die Gesamtzahl durch Hinzufügen oder Weglassen von nicht relevanten Daten (je nach dem was man aussagen will) zu verändern oder durch einfaches Weglassen der Informationen über die Gesamtzahl der untersuchten Fällen. Gerade in Zeitungsartikeln finden sich unzählige Beispiele dafür.

Eine weitere Unklarheit betrifft den Begriff des Durchschnitts. Mathematisch gesehen gibt es mehrere vernünftige Definitionen für den Durchschnitt, die allerdings je nach Verteilung der Daten besser oder schlechter passen. Die Verwendung des ”falschen“ Ansatzes bewirkt seltsame Ergebnisse, so gilt bei der üblichen Messung durch das Bruttoinlandsprodukt, der durchschnittliche Einwohner von Quatar als reicher als der durchschnittliche Österreicher.

Die geringe Anzahl von Einwohnern in Quatar und der dabei recht hohe Anteil an sehr reichen Personen, bewirkt hier eine sehr schiefe Verteilung der Einkommen, für welche das verwendete arithmetische Mittel ungeeignet ist.

Der letzte Punkt ist ein klassisches Problem bei der Interpretation von statistischen Ergebnissen. Korrelation gibt an, ob zwei Merkmale sich ähnlich verhalten, dabei aber möglicherweise von einer dritten, eventuell nicht messbaren Größe abhängen. Kausalität beschreibt den Zustand wenn ein Merkmal ein anderes direkt beeinflusst. In statistischen Ergebnisse ist dieser Unterschied auf den ersten Blick oft nicht zu erkennen, deshalb muss er durch weitere Analysen überprüft werden. Tut man das nicht kommt man zu Ergebnissen wie das deutsche Handelsblatt, welches einmal schrieb, dass sich langes Studieren durch ein höheres Einstiegsgehalt auszahlt. Allerdings wurden dabei ehemalige Studenten aus verschiedenen Studienrichtungen befragt. Da aber der Effekt, dass z.B. Mediziner ein höheres Einstiegsgehalt als Juristen bekommen, stärker ist, als der Gehaltsabschlag den man durch langes Studieren hinnehmen muss und da ein Medizinstudium typischerweise länger dauert als ein Jusstudium, hat das Handelsblatt auf den ersten Blick recht. Befragt man aber nur Studenten ein und derselben Studienrichtung ergibt sich ein anderes Bild.